

Условия задач, тесты, решения и разбор задач подготовили Андрей Аколелов, Даниил Шиндов, Мария Жогова, Михаил Кондрашин, Михаил Первеев и Сергей Яковлев.

Ценные замечания по результатам тестирования задач сделали Александр Попов и Захар Яковлев.

Задача 1. Даты и шарады

Автор задачи: Инесса Шуйкова, разработчик: Даниил Шиндов

В первую очередь хочется минимизировать разницу в годах. Для этого хорошо подходят годы 1999 и 2000, так как в них все цифры отличаются, а разница между ними минимальна. По аналогичным соображениям подходят годы 0999 и 1000. За этот шаг участники получали 50 баллов.

Разница в месяцах минимизируется аналогично — можно выбрать месяцы 12 и 01 в годах 1999 и 2000, соответственно. За этот шаг участники получали еще 25 баллов.

Осталось только минимизировать разницу в днях. Разницы в один день добиться невозможно, так как 31 и 01 имеют одинаковый разряд единиц. А вот разницы в два дня можно добиться двумя способами: выбрать 31 и 02, либо 30 и 01 для первой и второй даты, соответственно. Решение, в котором даты отличаются на два дня, набирает полный балл.

Задача 2. Устройство передачи

Автор задачи: Инесса Шуйкова, разработчик: Сергей Яковлев

Было получено слово ЖРЖЖИК. Буква Ж соответствует коду 0110, буква Р соответствует коду 1111, буква И — коду 1000, а буква К — коду 1001. Полученное сообщение в двоичном виде выглядит следующим образом:

0110
1111
0110
0110
1000
1001

По двум замкнутым проводам, согласно условию задачи, передаются одинаковые сигналы. Если внимательно посмотреть на двоичные коды, то можно заметить совпадающие коды во втором и третьем столбцах. Значит, Максим замкнул второй и третий провода.

Если на этих проводах одновременно передаются нули, то нули были и в исходном сообщении. То есть, две последние буквы полученного сообщения совпадают с исходным сообщением.

Рассмотрим первый двоичный код полученного сообщения: 0110. Этот код может соответствовать передаваемой букве: В (код 0010), Д (код 0100) или Ж (код 0110).

Аналогичным образом перебираем буквы, которые могли стоять на втором, третьем и четвертом местах. Из всех вариантов слов, которые могут при этом получиться, нужно выбрать осмысленное.

Таким словом является слово ДОЖДИК.

Задача 3. Михаил и сейф

Автор задачи: Михаил Первеев, разработчик: Михаил Кондрашин

Для начала заметим, что изменение одной цифры никак не влияет на другие цифры. Поэтому можно сначала сделать одинаковыми первые цифры, потом вторые и так далее.

Вычислим необходимое количество операций, чтобы из цифры x получить цифру y . Есть два варианта: если не делать переход через ноль, то потребуется $|x - y|$ операций, иначе потребуется $10 - |x - y|$ операций.

Таким образом достаточно пройти по всем символам с первого до четвертого и добавить к ответу $\min(|s_i - t_i|, 10 - |s_i - t_i|)$.

Асимптотика: $\mathcal{O}(1)$.

Задача 4. Охрана замка

Автор задачи: Андрей Аколелов, разработчики: Андрей Аколелов и Михаил Первеев

Для решения данной задачи необходимо заметить, что солдат, размещенный в башне, прикрывает одновременно две стороны. Значит, для поиска максимального количества солдат необходимо оставить башни пустыми, и всех солдат разместить на стенах. Таким образом, ответ равен $n \cdot t$.

Для минимизации количества солдат их необходимо размещать в башнях. Если t солдат с каждой стороны разместить в башнях, то останется $t - 2 \cdot k$ солдат на стене. Тогда минимум находится по формуле $n \cdot k + n \cdot (t - 2 \cdot k)$. Это решение набирает 55 баллов.

Для более полного решения необходимо учесть, что t может быть меньше, чем $2 \cdot k$. Тогда $t - 2 \cdot k$ будет отрицательным числом. В таком случае решение находится по формуле $n \cdot \lfloor \frac{t}{2} \rfloor$. Такое решение наберет 95 баллов.

Для решения на 100 баллов надо заметить, что t и n могут быть одновременно нечетными, и тогда ответ будет равен $\lfloor \frac{n \cdot t + 1}{2} \rfloor$.

Асимптотика: $\mathcal{O}(1)$.

Задача 5. Лампочки

Автор задачи: Захар Яковлев, разработчик: Мария Жогова

Для решения задачи на частичный балл достаточно запрограммировать симуляцию процесса, описанного в условии задачи. Состояния всех лампочек будем хранить в массиве. Однако, так как количество лампочек может достигать 10^{18} , данное решение превысит лимит как по времени, так и по используемой памяти.

Для полного решения задачи заметим, что нас интересуют состояния лишь некоторых заданных q лампочек. Научимся для каждой лампочки независимо выяснять ее состояние. Для этого нужно вычислить, сколько раз Захар менял ее состояние. Переберем все степени двойки от 1 до 2^{60} , и для каждой степени 2^k поменяем состояние данной лампочки, если ее номер делится на 2^k . Достаточно перебрать степени двойки до 2^{60} , так как $2^{60} > 10^{18}$, а значит номер никакой лампочки не может делиться на 2^{60} .

Асимптотика: $\mathcal{O}(q \log n)$.